

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

III. forduló

MEGOLDÁSOK

1. 2011-ben bizonyos hónapban három szerda dátuma is páros szám volt. *Hányadikára esett a hónap utolsó pénteke? Hány megoldás van?*

MEGOLDÁS:

A feladat feltételeinek olyan hónap felel, meg amelyben öt hét található.
(Az ötödik hét az lehet nem teljes hét is.)

Az első szerda 2 –a lehet.

H	K	Sz	Cs	P	Szo	V
		2				
		9				
		16				
		23	24	25	26	27
28	29	30				

Az utolsó péntek 25 –ére esik.

Összesen **EGY** megoldás van.

A következő páros szám a négy.

H	K	Sz	Cs	P	Szo	V
		4				
		11				
		18				
		25				
		32				

Ilyen hónap a nem létezik, így bebizonyítottuk, hogy csak egy megoldás létezik.

Elérhető pontszám: 10 pont

Plusz pont:

2012 –ben május hónap felel meg a feladat feltételeinek.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

III. forduló

MEGOLDÁSOK

2. *Hány olyan háromszög van, amelynek minden oldala centiméterben mérve egész szám és a kerülete 16 cm?*

MEGOLDÁS:

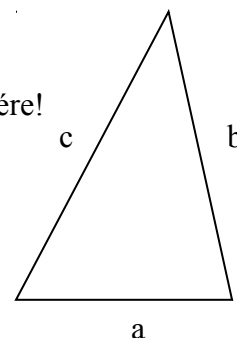
A feladathoz szükséges elméleti tudás:

→ Háromszög - egyenlőtlenség: **Háromszög bármely két oldalának összege nagyobb, mint a harmadik oldal.**

→ Háromszög kerülete: **A három oldal hosszának összege.**

A feladat feltételei miatt a 16 – ot fel kell bontani három egész szám összegére!

K = a + b + c = 16 cm			
a oldal	b oldal	c oldal	
1	1	14	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
1	2	13	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
1	3	12	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
1	4	11	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
1	5	10	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
1	6	9	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
1	7	8	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
2	2	12	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
2	3	11	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
2	4	10	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
2	5	9	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
2	5	8	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
2	7	7	MEGOLDÁS!
3	3	10	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
3	4	9	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
3	5	8	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
3	6	7	MEGOLDÁS!
4	4	8	<i>Nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget!</i>
4	5	7	MEGOLDÁS!
4	6	6	MEGOLDÁS!
5	5	6	MEGOLDÁS!



Összesen öt megoldás van!

Elérhető pontszám: 10 pont

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

III. forduló

MEGOLDÁSOK

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

III. forduló

MEGOLDÁSOK

3. Milyen számjegyeket kell írni a * - ok helyére, hogy a tízes számrendszerben felírt $32*35717*$ szám osztható legyen 72-vel?

MEGOLDÁS:

72 – vel osztható egy szám, ha 8-cal és 9-cel osztható!

(A 8 és 9 egymáshoz képest relatív prímekek.)

I. rész: **8 – cal osztható** egy szám, ha az utolsó három számjegy osztható 8 – cal.

II. rész: **9 – cel osztható** egy szám, ha a számjegyeik összege osztható 9 – cel.

I. rész:

17* osztható 8 – cal:

$$170 : 8 = 21 \text{ maradék} = 2; \quad 172 : 8 = 21 \text{ maradék} = 4; \quad 174 : 8 = 21 \text{ maradék} = 6;$$

$$176 : 8 = 22 \text{ maradék} = 0.$$

Az egyesek helyén álló számjegy: 6.

II. rész:

Számjegyek összege:

$$3 + 2 + 3 + 5 + 7 + 1 + 7 + 6 = 34$$

$$34 + 2 = 36 \quad (4 * 9 = 36)$$

A keresett számjegy: 2.

A keresett szám: 322 357 176.

Ellenőrzés:

$$322\ 357\ 176 : 72 = 4\ 477\ 183$$

Elérhető pontszám: 10 pont

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

III. forduló

MEGOLDÁSOK

4. Milyen számjegyeket jelölnek az a , b , c betűk, ha tudjuk, hogy a tízes számrendszerben felírt $\overline{2abc1}$ és $\overline{1abc2}$ ötjegyű számok hányadosa megegyezik 21 és 12 hányadosával?

MEGOLDÁS:

$$\frac{\overline{2abc1}}{\overline{1abc2}} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4} \rightarrow 4 \cdot \overline{2abc1} = 7 \cdot \overline{1abc2}$$

$$4 * (20\,000 + 1\,000a + 100b + 10c + 1) = 7 * (10\,000 + 1\,000a + 100b + 10c + 2)$$

$$80\,000 + 4\,000a + 400b + 40c + 4 = 70\,000 + 7\,000a + 700b + 70c + 14$$

Rendezve az egyenletet:

$$9\,990 = 3\,000a + 300b + 30c \quad / : 10$$

$$999 = 300a + 30b + 3c \quad / : 3$$

$$333 = 100a + 10b + c$$

A kifejezésből látható, hogy az egyenlőség csak akkor teljesül, ha

$$\mathbf{a = b = c = 3.}$$

Ellenőrzés:

$$\frac{23331}{13332} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$$

(3333 –al kell egyszerűsíteni a törtet!)

Elérhető pontszám: 10 pont