

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

VII. forduló

MEGOLDÁSOK

1. Egy 4 cm oldalélű felül nyitott kocka alakú dobozban 64 darab egybevágó kis kockát helyeztünk el. *Hány olyan kis kocka van, amely a felszínével érintkezik a dobozzal?*

MEGOLDÁS:

A feladat szövegéből nem következik egyértelműen, hogy egység kockáról van szó. Ezért tegyük fel, hogy a 64 darab kiskocka teljesen kitölti a 4 cm oldalélű kockát.

A felülnézeti ábrán látható, hogy a sárgával jelzett rész kockái nem érintkezik a dobozzal. Ez egy kétszer kettőször három magas oszlop (az alsó négyes érintkezik a doboz aljával), ami 12 darab egység kockát tartalmaz.

Így $64 - 12 = 52$ darab kiskocka érintkezik a dobozzal.

Felülnézet:

Elérhető pontszám: 8 pont

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

VII. forduló

MEGOLDÁSOK

2. Egy háromszög három csúcsa körül három, egymást páronként érintő kört rajzoltunk. Mekkora a körök sugarai, ha a háromszög oldalai 11, 12, 15 cm? A körök sugarai természetes számok.

MEGOLDÁS:

I. $R_1 + R_2 = 15$ cm

II. $R_1 + R_3 = 11$ cm

III. $R_3 + R_2 = 12$ cm

Vonjuk ki az első egyenletből a második egyenletet!

$$R_2 - R_3 = 4$$
 cm

A fenti egyenletet adjuk össze a harmadik egyenlettel!

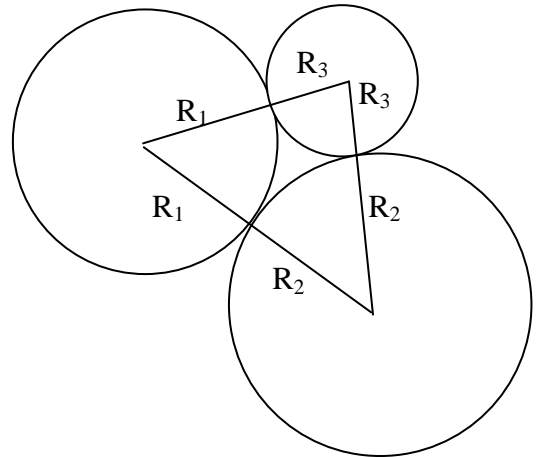
$$2R_2 = 16$$
 cm, akkor $R_2 = 8$ cm.

Helyettesítsük be az első egyenletbe az R_2 értékét!

$$R_1 + 8$$
 cm = 15 cm, akkor $R_1 = 7$ cm.

Helyettesítsük be a harmadik egyenletbe az R_2 értékét!

$$R_3 + 8$$
 cm = 12 cm, akkor $R_3 = 4$ cm.



A körök sugarai: 4 cm, 7 cm, 8 cm.

Elérhető pontszám: 10 pont

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

VII. forduló

MEGOLDÁSOK

3. Milyen számjegyre végződik a következő szorzat: $246^{16} \cdot 315^{18} \cdot 417^{20}$?

MEGOLDÁS:

Vizsgáljuk a szorzat tagjainak végződését!

A szorzat végződésének kiszámításához elég összeszorozni a szorzó tényezők végződéseit!

246^{16} végződése: 6,

mivel a 6 – ra végződő számok bármely hatványának a végződése 6.

(pl. $246^2 = 60\ 516$; $246^3 = 14\ 886\ 936$; ...)

315^{18} végződése: 5,

mivel a 5 – re végződő számok bármely hatványának a végződése 5.

417^{20} végződése: 1,

Hatvány	Végződés
417^1	7
417^2	9
417^3	3
417^4	1
417^5	7
417^6	9

Vegyük észre, hogy a végzések periodikusan ismétlődnek.

A végzések összeszorozva a kapott szám: 0.

Megjegyzés:

Az első és a második szorzó tényező végződéseit összeszorozva a végződés: 0. Ha a nullát bármely számmal szorozva nulla lesz a végződés.

Elérhető pontszám: 10 pont

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

VII. forduló

MEGOLDÁSOK

4. Melyik szürke rész területe a nagyobb? Állításodat indokold!

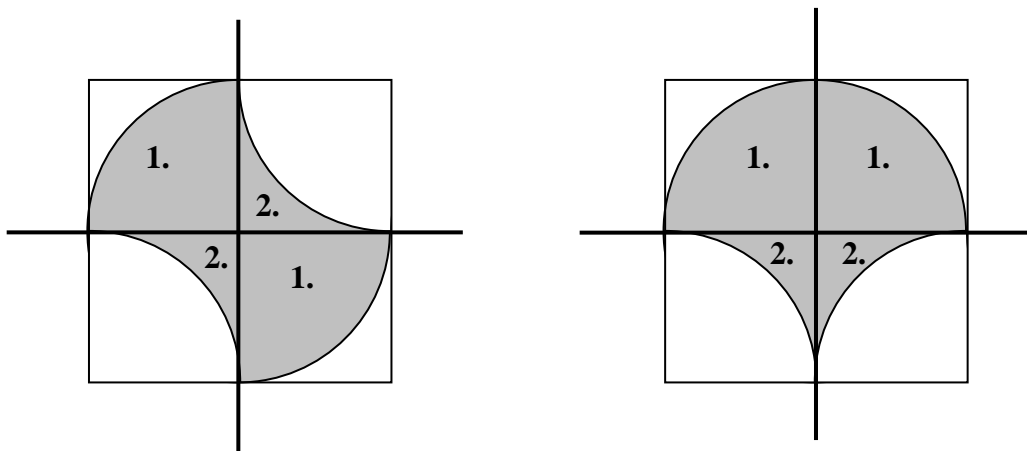
MEGOLDÁS:

Állítás:

A két négyzetben található szürke rész területe megegyezik.

Indoklás:

Húzzuk be a négyzet oldalfelező szimmetriatengelyeit!



A szimmetria tengelyek behúzása után szembetűnőek lesznek az egyforma területű részek.

Az 1. – el jelölt rész a négyzetbe írható kör területének negyed része.

A 2. – vel jelölt rész négyzet területének negyedéből kivonjuk a négyzetbe írható kör területének negyedét.

Megjegyzés:

Könnyen belátható, hogy a fehér és a szürke rész az egyes négyzetekben egyenlő területű.

Elérhető pontszám: 10 pont