BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2013 – 2014.

II. forduló

MEGOLDÁSOK

1. ***Van-e olyan természetes szám, amelynek értéke megötszöröződik,*** ha az első számjegyét az elejéről töröljük, és a végére írjuk?

MEGOLDÁS:

$$\square A = 5 \times A\square$$

Ha egy természetes számot megszorzunk öttel, akkor a végződés *nulla* vagy *öt* lesz.

Az első számjegy, így csak az 5 lehet.

Akkor az utolsó számjegy is 5 lesz.

Így a keresett szám 5 $\square$ 5 alakú lehet.

Ha ezt a számot 5 – tel megszorozzuk, akkor a szorzatnak eggyel több számjegye lesz.

Nincs a feltételeknek megfelelő szám.

A feladatra 6 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2013 – 2014.

II. forduló

MEGOLDÁSOK

2. Három egymást követő páros szám szorzata olyan nyolcjegyű szám, amelynek első és utolsó számjegye is 8-as, második számjegye (a milliós helyiértéken álló jegy) 7-es. ***Melyik ez a szám?***

MEGOLDÁS:

$$87\square\square\square\ \square\square 8 = (A+2)\times A\times(A-2)$$

A három egymás után következő páros szám között nem lehet nulla végződésű,
mert akkor nulla lenne a szorzat végződése.

A lehetséges végződések: 2, 4, 6, 8.

A három szám végződése: 2, 4, 6, vagy 4, 6, 8.

Szorzatuk: B2×B4×B6. Végződés: 8.

Szorzatuk: B4×B6×B8. Végződés: 2

A számok lehetséges végződése: **2, 4, 6**.

A keresett szám: 450 < **A** < 440

(450^3 = 91 125 000 és 440^3 = 85 184 000)

A lehetséges variációk:

442×444×446 = 87 526 608.

A keresett szám: 87 526 608.

A feladatra 10 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

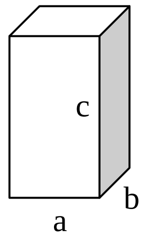
2013 – 2014.

II. forduló

MEGOLDÁSOK

3. Egy téglatest élei egész számú centiméter hosszúságúak, a felszíne 100 cm^2, és az egyik lapjának területe az egész felszínének $\frac{2}{25}$ része. ***Mekkora a téglatest térfogata?***

MEGOLDÁS:



$V_{téglatest}$ = abc (Az csúcsba futó élek szorzata.)

$A_{téglatest} = 2(ab+ac+bc)$

Egy oldallap területe $t_{oldallap} = ab$.

$t_{oldallap} = ab = \frac{2}{25} A = \frac{2}{25} \cdot 100 = 8\,cm^2$.

$100 = 2(8 + ac + bc) \rightarrow ac + bc = 42\ cm^2 \rightarrow c(a + b) = 42\ cm^2$.

Keressük meg a 42 osztóit!

$42 = 2 \times 3 \times 7$. A 42 – nek 8 darab osztója van.

Osztók: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 21, 42.

Mivel ab= 8 és a és b is egész szám.

Az a + b értéke: 9, vagy 6 lehet.

A 42 osztói között csak a 6 szerepel, így

a + b = 6, akkor c = 7 cm.

(ab = 8 és a + b =6

a = 2 és b = 4, vagy a = 4 és b = 2.)

A téglatest térfogata: $V_{téglatest}$ = abc = 8 × 7 = 56 cm3.

A feladatra 12 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2013 – 2014.

II. forduló

MEGOLDÁSOK

4. Az 1, 3, 4, 5 és egy tetszés szerint választott számjeggyel ***írd fel azt a legnagyobb ötjegyű számot, amelyik osztható 12-vel!***

MEGOLDÁS:

Egy szám osztható 12 – vel, ha osztható 3 – mal és 4 – gyel.

Egy szám osztható 4 - gyel, ha a szám utolsó két számjegye osztható néggyel.

Egy szám osztható hárommal, ha a számjegyek összege osztható hárommal.

1 + 3 + 4 + 5 = 13.

A választható 5. számjegy: 2, 5, 8.

Legyen a 8 – as az 5. szám.

Néggyel osztható → végződés: 48, 84.

A keresett számok: 53 184 és az 53 184.

Legyen a 5 – as az 5. szám.

Néggyel osztható → végződés: nincs ilyen végződés.

Legyen a 2 – as az 5. szám.

Néggyel osztható → végződés: 12, 24, 52.

A keresett számok: ***54 312***, 53 124, 42 152.

A feltételeknek megfelelő legnagyobb szám: 54 312.

A feladatra12 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2013 – 2014.

II. forduló

MEGOLDÁSOK

5. A következő összeadásban a különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek. Hány megoldása van a feladatnak, ha → K = 1 és ha → K-ra nem teszünk kikötést?

	S	E	K	K
+	S	A	K	K
	M	**A**	**T**	**T**

MEGOLDÁS:

	4	**0**	**1**	**1**
+	**4**	**3**	**1**	**1**
	8	**3**	**2**	**2**

Ha K= 1, akkor T = 2.

E = 0, mivel csak így lehet, hogy teljesüljön: E + A = A.

Az S +S = M csak, akkor lehet, S = 3 vagy 4.

Ha K = 1, T = 2, E = 0, *S = 3*, M = 6, A = *4, 5, 7, 8, 9* → *5 megoldás*.

Ha K = 1, T = 2, E = 0, S =4, M = 8, A = 3, 5, 6, 7, 9 → *5 megoldás*.

Ha K = 1, akkor 10 megoldás lehetséges.

Ha K – ra nincs kikötés.

Ha K =0, akkor **nincs megoldás.**

(Mert K + K = 0 → T = 0.)

Ha K = 1, akkor ***10 megoldás van.***

Ha K = 2. A fenti megoldást követve:

K = 2, T = 4, E = 0, S = 3, M = 6, A = 1, 5, 7, 8, 9 → ***5 megoldás.***

Ha K = 3. A fenti megoldást követve:

K = 3, T = 6, E = 0, S = 1, M =2, A = 4, 5, 7, 8, 9 → ***5 megoldás.***

K = 3, T = 6, E = 0, S = 2, M = 4, A = 1, 5, 7, 8, 9 → ***5 megoldás.***

K = 3, T = 6, E = 0, S = 4, M = 8, A = 1, 2, 5, 7, 9 → ***5 megoldás.***

Ha K = 4. A fenti megoldást követve:

K = 4, T = 8, E = 0, S = 1, M = 2, A = 3, 5, 6, 7, 9 → ***5 megoldás.***

K = 4, T = 8, E = 0, S = 3, M = 6, A = 1, 2, 5, 7, 9 → ***5 megoldás.***

Ha K = 5. akkor **nincs megoldás**.

(Mert K + K = 10, átvitel van, a T-re két különböző számot kapnánk.)

Ha K – ra nincs kikötés, akkor 40 megoldás van.

A feladatra 10 pont kaphat.