

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

2013 – 2014.

III. forduló

MEGOLDÁSOK

1. Egy kis kocka térfogata 27 cm^3 . Egy nagyobb kocka felszíne e kis kocka felszínének négyszerese. A nagyobb kocka minden csúcsából kivágunk egy 1 cm^3 térfogatú kockát. **Mekkora az így keletkezett „maradéktest” felszíne és térfogata?**

MEGOLDÁS:

Kocka térfogata: az oldal hosszának köbe. (Ha a – val jelöljük a kocka oldalát $\rightarrow V = a^3$.)

$$27 \text{ cm}^3 = a_{\text{kicsi}}^3 \Rightarrow a_{\text{kicsi}} = 3 \text{ cm}.$$

Kocka felszíne: a határoló négyzetek területének összege. $\rightarrow A_{\text{kicsi}} = 6a^2$.

$$A_{\text{kicsi}} = 6 \cdot 3^2 = 54 \text{ cm}^2.$$

A feladat feltételei miatt:

$$A_{\text{nagy}} = 4 \cdot A_{\text{kicsi}} = 216 \text{ cm}^2. \Rightarrow 6 \cdot a_{\text{nagy}} = 216 \text{ cm}^2. \Rightarrow a_{\text{nagy}}^2 = 36 \text{ cm}^2 \Rightarrow a_{\text{nagy}} = 6 \text{ cm}.$$

$$V_{\text{nagy}} = 216 \text{ cm}^3$$

Egy kockának nyolc csúcsa van. Akkor nyolc darab 1 cm^3 – es kockát vágunk ki.

$$216 \text{ cm}^3 - 8 \text{ cm}^3 = 208 \text{ cm}^3.$$

A maradéktest térfogata: 208 cm^3 .

A maradéktest felszíne nem változik.

A maradéktest felszíne: 216 cm^2 .

A feladatra 10 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

2013 – 2014.

III. forduló

MEGOLDÁSOK

2. Egy iskolának 1000–nél nincs több tanulója. Ha ötösével, hatosával, hetesével vagy nyolcasával állnak sorba, akkor az utolsó sorban mindig egy tanuló áll. **Hány tanulója van az iskolának?**

MEGOLDÁS:

Vonjunk ki 1-et a keresett számból, akkor az így kapott szám osztható 5 – tel, 6 – tal, 7 – tel és 8 – cal.

Keressük meg a fenti négy szám legkisebb közös többszörösét!

Két vagy több pozitív egész szám legkisebb közös többszörösén (röviden: lkkt) azt a legkisebb pozitív egész számot értjük, amely az egész adott számok mindegyikével osztható.

Kiszámítása: *A törzstényezőkre bontás módszerével*

- 1. lépés: az adott számokat, amelyek legkisebb közös többszörösét keressük, törzstényezőkre bontjuk.*
- 2. lépés: a legkisebb közös többszöröst úgy kapjuk meg, hogy a közös és nem közös tényezőket a legmagasabb hatványon összeszorozzuk.*

Az 5, 6, 7, 8 lkkt – je: 840.

Mivel az ezer alatti számok közül csak a 840 osztható 840 – el.

Az iskola tanulóinak létszáma 841.

Ellenőrzés: $841 \div 5 \rightarrow 168 \text{ sor} + 1 \text{ fő},$
 $841 \div 6 \rightarrow 140 \text{ sor} + 1 \text{ fő},$
 $841 \div 7 \rightarrow 120 \text{ sor} + 1 \text{ fő},$
 $841 \div 8 \rightarrow 105 \text{ sor} + 1 \text{ fő}.$

A feladatra 8 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

2013 – 2014.

III. forduló

MEGOLDÁSOK

3. *Van-e olyan természetes szám, amelynek számjegyeit összeszorozva 936-ot kapunk?*

MEGOLDÁS:

A természetes számok számjegyei: $1 \leq \text{számjegyek} \leq 9$.

Nulla nem lehet a számjegyek között, mert akkor a számjegyek szorzata nulla lenne.

Bontsuk fel a 936-ot prímszámok szorzatára:

$$936 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 13.$$

A prímtényező felbontásban szerepel a 13 – as szám, akkor nincs ilyen természetes szám, mert a legnagyobb számjegy a 9 – es.

Nincs a feltételeknek megfelelő természetes szám.

A feladatra 8 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2013 – 2014.

III. forduló

MEGOLDÁSOK

4. Az ABCD négyzet AB oldalára szerkesztünk egy ABE oldalú szabályos háromszöget. **Mekkora a DE és a DC egyenesek szöge? Hány megoldás létezik?**

MEGOLDÁS:

1. **lehetőség:** (A háromszöget a négyzet oldalára kívülre rajzoljuk.)

A DAE háromszög egyenlőszárú háromszög. ($DA = AE$)

DAE szög = **DAB** szög + **BAE** szög.

(**DAB** szög = 90° , a négyzet szöge.)

(**BAE** szög = 60° , szabályos háromszög szöge.)

DAE szög = $90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$.

Az **ADE** szög = $\frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$.

(Egyenlőszárú háromszög alapon fekvő szögei egyenlők. Háromszög belső szögeinek összege 180° .)

EDC szög = **ADC** szög – **ADE** szög = $90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

A keresett szög 75° .

2. **lehetőség:** (A háromszöget a négyzet oldalára belülre rajzoljuk.)

Az **AED** egyenlőszárú háromszög.

(**AE = AD**.)

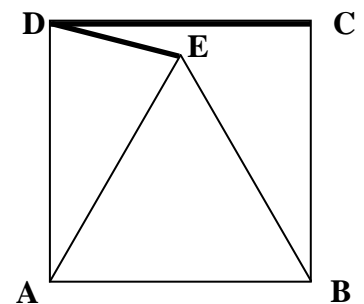
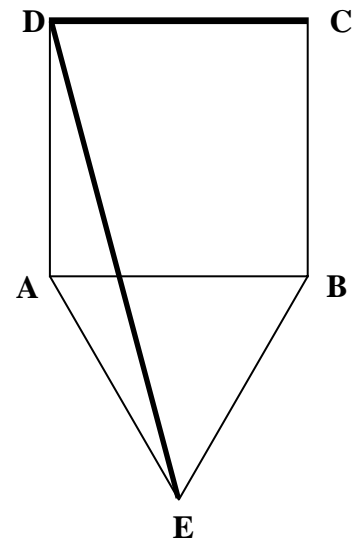
A **DAE** szög = **DAB** szög – **EAB** szög = $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

Az **ADE** szög = $\frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$.

(Egyenlőszárú háromszög alapon fekvő szögei egyenlők. Háromszög belső szögeinek összege 180° .)

EDC szög = **ADC** szög – **ADE** szög = $90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$

A keresett szög 15° .



A feladatra 14 pont kapható.

