BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2013 – 2014.

IV. forduló

MEGOLDÁSOK

1. Az $\overline{AB}-\overline{BA}=\overline{A}$ egyenlőségben az $\overline{AB}$ és $\overline{BA}$ egy – egy kétjegyű számot jelent, melyekben az azonos betűk azonos számjegyeket jelölnek. **Mekkora az *A* és a *B* értéke?**

MEGOLDÁS:

Az **A** é **B** számjegy → $1 \le A \le 9,\ 1 \le B \le 9,$ és $A \ne B.$

(Nulla nem lehet az A és B, mert kétjegyű számok első számjegye nem lehet nulla.)

Helyiértékes felírási mód:

10A + B – (10B + A) = 10A + B – 10B – A = 9A – 9B = 9(A – B)

A feladat feltételeinek megfelelő számok különbsége 9 – cel osztható szám lesz..

A számjegyek között csak egy 9 – cel osztható szám van.

Ebből következik, hogy A – B = 1, vagyis A = B + 1.

A	**B**	$\overline{AB}-\overline{BA}$	
1	**0**		**nincs megoldás**
2	**1**	21 – 12 = 9	**nem megoldás**
3	**2**	32 – 23 = 9	**nem megoldás**
4	**3**	43 – 34 = 9	**nem megoldás**
5	**4**	54 – 45 = 9	**nem megoldás**
6	**5**	65 – 56 = 9	**nem megoldás**
7	**6**	76 – 67 = 9	**nem megoldás**
8	**7**	87 – 78 = 9	**nem megoldás**
9	**8**	98 – 89 = 9	**MEGOLDÁS**

Az A értéke 9, a B értéke 8.

A feladatra 10 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2013 – 2014.

IV. forduló

MEGOLDÁSOK

2. **Melyik kifejezés osztható 5 – tel? Miért?** → $10^{102} + 3$, → $4^{111}+1$, → 5^{33}.
   Ha valamelyik kifejezés nem osztható 5 –tel, akkor melyik számmal osztható?

MEGOLDÁS:

A öttel azok a számok oszthatók, melyek végződése nulla vagy öt.

$10^{102} + 3$ szám végződése 3.

(A tíz bármelyik hatvány nullára végződik.)

Nem osztható öttel.

(A négy hatványai: $4^1 = 4$, $4^2 = 16$,

$4^{111}+1$ végződése 5. **Osztható öttel.**

(A 4 páratlan kitevőjű hatványai 4 – re végződnek. $4^1 = 4$, $4^2 = 16$, $4^3 = 64$, $4^4 = 256$, $4^5 = 1024$, …)

5^{33} végződése 5. **Osztható öttel.**

$10^{102} + 3$ szám végződése 3.

Elég vizsgálni az oszthatóságot a tanult oszthatósági szabályokkal.

A feladatra 12 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2013 – 2014.

IV. forduló

MEGOLDÁSOK

A feladat hibás kiírása miatt, aki a fordulóban adott be feladatot,

az erre a feladatra adható maximum pontot kapja.

3. **Hány olyan hat egymást követő pozitív egész számból álló számsorozat van, amelynek mindegyik tagja kisebb 60-nál és összegük és szorzatuk is pontosan két nullára végződik?**

I. MEGOLDÁS:

Sorozatnak az összegét kiszámolva:

						összeg
16	15	14	13	12	11	81
15	14	13	12	11	10	75
14	13	12	11	10	9	69
13	12	11	10	9	8	63
12	11	10	9	8	7	57
11	10	9	8	7	6	51
10	9	8	7	6	5	45
9	8	7	6	5	4	39
8	7	6	5	4	3	33
7	6	5	4	3	2	27
6	5	4	3	2	1	21

Észre vehető, hogy összegek végződései 1, 7, 3, 9, 5 és innen újra ismétlődik,

így ennek a feladatnak nincs MEGOLDÁSA.

II. MÁSIK MEGOLDÁS:

Ahhoz hogy a szorzat végződése két nulla legyen, kell lenni a szorzatban 2^2 és 5^2 szorzó tényezőnek.

A 2^2 szorzótényező minden szorzatban megtalálható, mert hat egymás után következő pozitív egész szám között mindig van egy néggyel osztható szám.

Az 5^2 szorzótényező abban a szorzatban van, meg amelyikben csak egy 25-tel osztható szám, vagy amelyikben pontosan (egy nulla végződésű és egy 5 végződésű szám van) két öttel osztható szám van.

A feladatra 10 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2013 – 2014.

IV. forduló

MEGOLDÁSOK

4. **Mennyi a L értéke?** $L=\dfrac{1+\dfrac{1+\dfrac{1+\frac{1}{2}}{4}}{3}}{2}$.

MEGOLDÁS:

Lépésenként végezzük el a kijelölt műveleteket!

1. lépés: $1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

2. lépés: $1+\dfrac{\frac{3}{2}}{4}=1+\frac{3}{8}=\frac{11}{8}$.

3. lépés: $1+\dfrac{\frac{11}{8}}{3}=1+\frac{11}{24}=\frac{35}{24}$.

4. lépés: $L=\dfrac{\frac{35}{24}}{2}=\frac{35}{48}$.

Az L értéke: $\dfrac{35}{48}$.

A feladatra 8 pont kapható.

E

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2013 – 2014.

IV. forduló

MEGOLDÁSOK

5. Az ábrán látható H betű magassága 50 mm, szélessége 3 cm. **Mekkora területet fed le a lapból négyzetcentiméterben,** ha a vonalak vastagsága 3 mm?

MEGOLDÁS:

A H betű három téglalapra bontható.

2 darab egybevágó téglalap: magassága 50 mm, szélessége 3 mm.

1 darab téglalap: szélessége (30 mm – 3 mm – 3 mm) 24 mm, magassága 3 mm.

Téglalap területe a szomszédos oldalak szorzata:

$T_1 = 50\text{ mm} * 3\text{ mm} = 150\text{ mm}^2$.

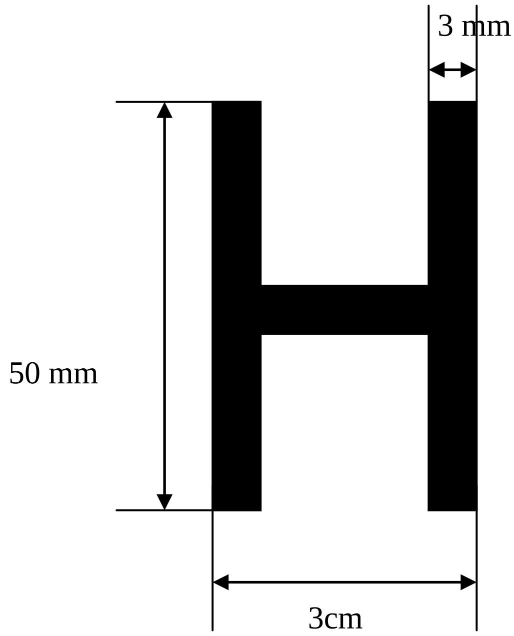
$T_2 = 24\text{ mm} * 3\text{ mm} = 72\text{ mm}^2$.

A H betű területe:

$T_H = 150\text{ mm}^2 + 150\text{ mm}^2 + 72\text{ mm}^2$

$T_H = 372\text{ mm}^2$

$(1\text{ cm}^2 = 100\text{ mm}^2)$



A H betű területe 3,72 cm^2.

A feladatra 10 pont kaphat.