

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

2014 – 2015.

I. forduló

MEGOLDÁSOK

1. Keress olyan négyvel osztható számokat, amelyben a számjegyek összege 7 és szorzata 6!
Hány ilyen szám van?

MEGOLDÁS:

Egy szám osztható négyvel, ha a szám utolsó két számjegyéből képzett kétjegyű szám osztható négyvel.

Mivel a számjegyek szorzata 6, így a számjegyek között a nulla nem szerepelhet.

Felbontás: 1, 6.

A szorzat: 6, összeg: 7.

A lehetséges megoldás: 16

Felbontás: 1, 1, 2, 3.

A szorzat: 6, összeg: 7.

Végződés: 12 vagy 32.

A lehetséges megoldások: 16, 3112, 1312, 1132.

4 lehetséges megoldás van.

A feladatra 8 pont kapható.

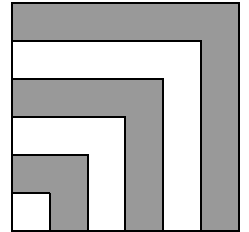
BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

2014 – 2015.

I. forduló

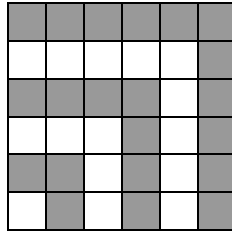
MEGOLDÁSOK

2. Az ábrán látható négyzetben a fehér és a sátrózott sávok szélessége azonos.
A négyzet területének hányadrésze fehér?



MEGOLDÁS:

A rácsvonalakat megfelelően behúzva.



Egységnek választva a bal alsó sarokban lévő kis fehér négyzetet.

Az egész négyzet 36 egységből áll.

Megszámolva a kis fehér négyzeteket:

$$1 + 5 + 9 = 15 \text{ darabot kapunk.}$$

$$\text{A keresett arány: } \frac{15}{36} = \frac{5}{12}.$$

A fehér rész az egész négyzetnek a $\frac{5}{12}$ -ed része.

A feladatra 8 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

2014 – 2015.

I. forduló

MEGOLDÁSOK

3. Összeadtunk három egymást azonos különbséggel követő természetes számot, amelyek közül csak az egyik kétszámjegyű, a másik kettő egyjegyű. **Mennyi lehet legalább, illetve mennyi lehet legfeljebb egy-egy – a feltételeknek megfelelően előállított – számhármass összege? Írd fel a megoldást adó számhármassokat!**

MEGOLDÁS:

A lehetséges variációk:

1. szám	2. szám	3. szám	összeg
8	9	10	27
7	9	11	27
6	9	12	27
5	9	13	27
4	9	14	27
3	9	15	27
2	9	16	27
1	9	17	27
0	9	18	27

1. szám	2. szám	3. szám	összeg
6	8	10	24
5	8	11	24
4	8	12	24
3	8	13	24
2	8	14	24
1	8	15	24
0	8	16	24

1. szám	2. szám	3. szám	összeg
4	7	10	21
3	7	11	21
2	7	12	21
1	7	13	21
0	7	14	21

1. szám	2. szám	3. szám	összeg
2	6	10	18
1	6	11	18
0	6	12	18

1. szám	2. szám	3. szám	összeg
0	5	10	15

A legnagyobb összeg: 27; a legkisebb összeg: 15.

A feladatra 8 pont kapható.

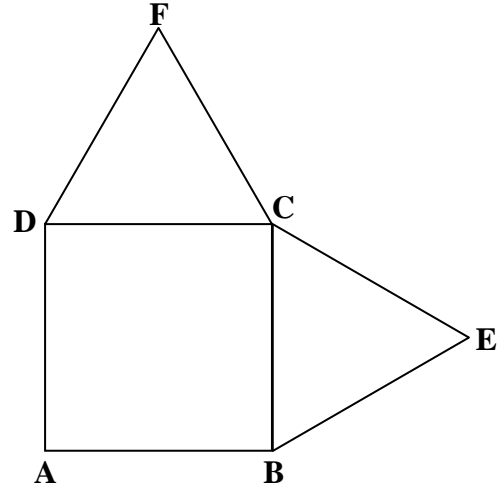
BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2014 – 2015.

I. forduló

MEGOLDÁSOK

4. Egy négyzet két szomszédos oldalára kifelé – az ábrának megfelelően – egy-egy szabályos háromszöget rajzolunk. *Milyen háromszöget határoznak meg az A, E és F pontok?*



MEGOLDÁS:

Állítás:

AEF háromszög \rightarrow SZABÁLYOS HÁROMSZÖG.

Bizonyítás:

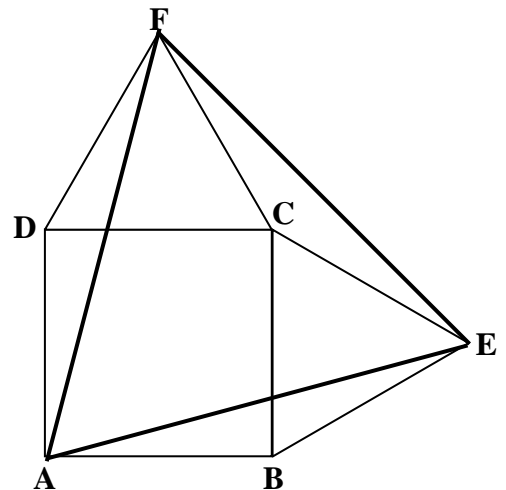
Az **AFD** háromszög \rightarrow egyenlőszárú, mert az **AD = DF**.
(Az **AD** a négyzet oldala, a **DF** oldal, a feladat feltételei miatt megegyezik a négyzet oldalával.)

A fentiek miatt az **AEB** háromszög és az **EFC** háromszög szintén egyenlőszárúak.

Mivel mindegyik háromszög szára a négyzet oldalának hosszával egyezik meg, így a három háromszög egyforma (egybevágó).

Ebből következik, hogy az **AEF** háromszög minden oldala egyforma.

Így belátható, hogy a háromszög szabályos vagy egyenlő oldalú.



A feladatra 12 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

2014 - 2015.

I. forduló

MEGOLDÁSOK

5. *Melyek azok az x, y és z prímszámok, amelyekre teljesül: $2x + 3y + 6z = 78$?*

MEGOLDÁS:

$$2x + 3y + 6z = 78$$

Három szám összege páros, ez akkor lehet ha,
→ *mindhárom szám páros, vagy → két páratlan és egy páros.*

*A $2x$ és a $6z$ páros.
A második lehetőség nem lehet*

Mindhárom páros:
→ ebből az következik, hogy a $3y$ is páros,
→ y páros
→ egy páros prímszám van,
→ $y = 2$.

$$\begin{aligned} \text{Behelyettesítve: } 2x + 6 + 6z &= 78 \\ 2x + 6z &= 72 \quad /:2 \\ x + 3z &= 36 \rightarrow / - x \\ 3z &= 36 - x. \end{aligned}$$

A baloldal osztható hárommal, akkor a jobb oldal is osztható hárommal.

Olyan prímszámot keresünk, amely osztható hárommal és kisebb, mint 36.
(Egy különbségben ha a kisebbítendő osztható hárommal, akkor a kivonandó is osztható hárommal.)
Hárommal osztható prímszám csak egy van: 3.

$$x = 3.$$

$$\begin{aligned} \text{Behelyettesítve: } 6 + 6 + 6z &= 78. \\ 12 + 6z &= 66. \\ 6z &= 66 \\ z &= 11. \end{aligned}$$

Az egyenletnek a megoldása: $x = 3$; $y = 3$; $z = 11$.

A feladatra 14 pont kaphat.