BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2012 - 2013.

III. forduló

MEGOLDÁSOK

1. Egy tükrös háromszög szára 7 cm, a szárak által bezárt szög 40 %-a az alapon fekvő egyik szögnek. Szerkeszd meg a háromszöget és számítsd ki a területét! Írd le a szerkesztés lépéseit!

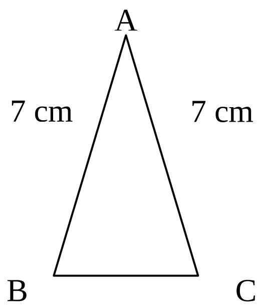
MEGOLDÁS:

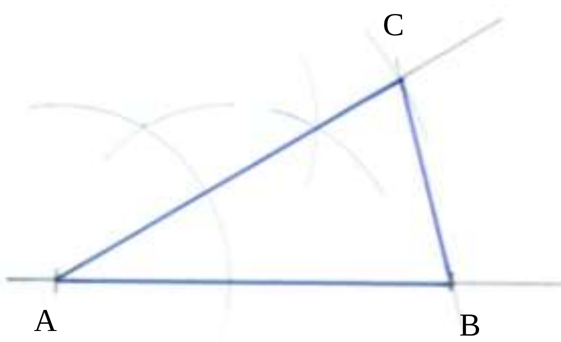
Egy háromszög belső szögeinek összege 180°.

Jelen esetben: $\alpha + 2\beta = 180° \quad \alpha = 0{,}4\beta, \quad \Rightarrow 0{,}4\beta + 2\beta = 180° \quad \Rightarrow \beta = 75°.$

Ebből következik, hogy a szárszög: 30°.

Terv:



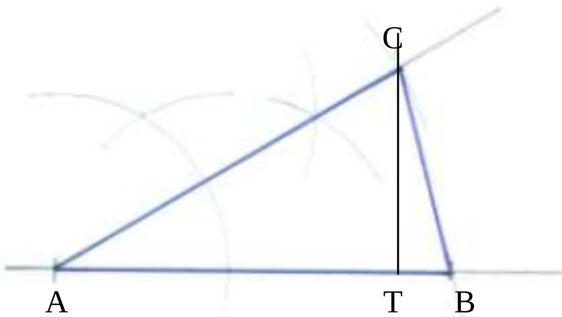


1. A 7 cm-es szár felvétele.
2. A szár egyik végére 30°-os szöget szerkesztése.
3. A másik szárra a 7 cm felmérése.
4. A kapott végpontok összekötése.

Területe:

(Háromszög területe: egy oldal és a hozzátartozó magasság szorzatának fele.)

Rajzoljuk be az AB oldalhoz tatozó magasságot! Mivel $\alpha = 30°$ akkor **ACT** szög = 60°. Az **ACT** háromszög egy szabályos háromszög fele. Ebből következik, hogy AC = 2CT → CT = 3.5 cm.



A háromszög területe: $\frac{1}{2} AB \cdot CT = \frac{1}{2} 7cm \cdot 3{,}5cm = 12.{,}25cm^2$

A feladatra 14 pont kapható.

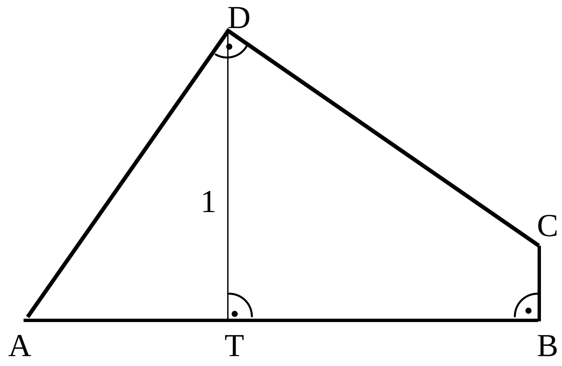
BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2012 - 2013.

III. forduló

MEGOLDÁSOK

2. Mekkora az ABCD négyszög területe, ha ***ADC*** *szög = 90°,* ***DTA*** *szög =90°,* ***TBC*** *szög =90°,* ***DT = 1, AD = DC.***



MEGOLDÁS:

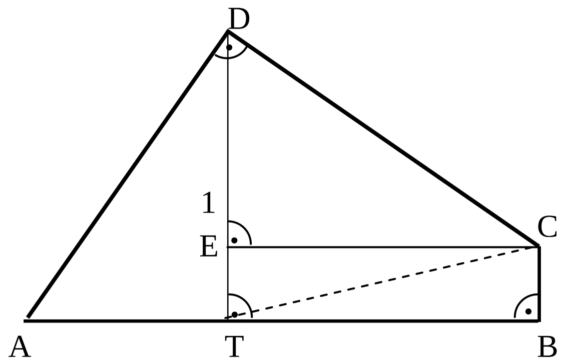
Húzzunk merőlegest a C pontból a DT egyenesre! Akkor az ECD szög = ADT szöggel *(merőleges szárú szögek)*.

Az ATD háromszög egybevágó az ECD háromszöggel. *(AD = DC, és a szögeik megegyeznek.)*

Az egybevágóságból következik, hogy DT = EC = 1.

TC az ETBC téglalap átlója. A TCD háromszög területe:

$\frac{1}{2} DT \cdot EC = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$ területegység.



ATD háromszög területe + CTB háromszög területe = DTC területével.

A négyszög terület: 1 területegység

A feladatra 8 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2012 – 2013.

III. forduló

MEGOLDÁSOK

3. Egy háromjegyű szám középső jegyét töröljük. Mi lehet a háromjegyű szám, ha az így kapott kétjegyű szám 9-ed része az eredeti számnak?

<u>MEGOLDÁS:</u>

$$\overline{AC} \cdot 9 = \overline{ABC}$$

Ha egy számot 9-cel szorozva az egyesek helyén ugyanaz a szám áll a szorzandóban és a szorzatban is, akkor C = 0, vagy C = 5.

Ha C = 0,

A nem lehet 1, mert akkor a szorzat kétjegyű.

A = 2, akkor $20 \cdot 9 = 180$ → *nem megoldás*.

Nincs megoldás, ha C = 0.

Ha C = 5,

A = 1, akkor $15 \cdot 9 = 135$ → megoldás.

A = 2, akkor $25 \cdot 9 = 225$ → megoldás.

A = 3, akkor $35 \cdot 9 = 315$ → megoldás.

A = 4, akkor $45 \cdot 9 = 405$ → megoldás.

A = 5, akkor $55 \cdot 9 = 495$ → nem megoldás.

Nincs, több megoldás → lásd A = 5 miatt.

A keresett szám 135, 225, 315, 405.

A feladatra 10 pont kapható.

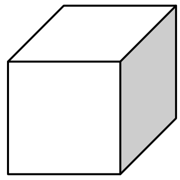
BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2012 - 2013.

III. forduló

MEGOLDÁSOK

4. Egy kocka éle centiméterekben kifejezve egész szám. Térfogata köbcentiméterben kifejezve olyan hatjegyű szám, mely többszöröse 1008-nak. Számítsd ki a kocka élhosszát!



MEGOLDÁS:

Jelöljük a kocka élét: *a*. A kocka térfogata: V = a^3. $a \in$ *egész számok.*

A keresett érték: $46 < a < 100$.

Az 1008 prímtényezős felbontása: $1008 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7$.

Ahhoz, hogy köbszámot kapjunk a szám prímtényezős felbontásában a tényezők kitevője 3-mal osztható, kell, hogy legyen.

Jelen esetben: $1008 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 = 592\,704\, cm^3$.

A kocka éle: $a = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84\, cm$

A kocka éle: 84 cm.

A feladatra 10 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2012 - 2013.

III. forduló

MEGOLDÁSOK

5. Határozzuk meg azokat az A, B, C, D tízes számrendszerbeli számjegyeket, amelyekre $\overline{ABCD}+\overline{ABC}+\overline{AB}+A=1993$!

MEGOLDÁS:

Az ezresek helyén csak A = 1 lehet, (a feladat feltételeiből következik).

$$\overline{1BCD}+\overline{1BC}+\overline{1B}+1=1993$$

Helyiértékes felírásban: 1000 + 100B + 10C + D + 100 + 10B + C + 10 + B + 1 = 1993.

Rendezve az egyenletet:

111B + 11C + D = 882.

B nem lehet 9, mert akkor 111B = 999. B nem lehet 8, mert akkor 11B = 888.

Egy kétjegyű és egy egyjegyű szám összege maximum 108 lehet.

Ezért a B nem lehet 6, 5, 4, 3, 2, 1.

B = 7, akkor 777 + 11C + D = 882, 11C + D = 105.

Ha C = 9, akkor 99 + D = 105, akkor D = 6.

Ha C = 8, akkor 88 + D = 105, akkor D = 17 (nem megoldás)

A keresett számok:

A = 1; B = 7; C = 9; D = 6.

Ellenőrzés: 1796 + 179 + 17 + 1 = 1 993.

A feladatra 8 pont kapható.