

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

2012 – 2013.

IV. forduló

MEGOLDÁSOK

1. Hány olyan legfeljebb 5 jegyű, 5-tel **nem** osztható természetes szám van, amelynek minden jegye prím?

MEGOLDÁS:

Mivel a feladatban számjegyekről van szó, akkor az egyjegyű prímszámokról lehet szó: 2; 3; 5; 7.

Öttel nem oszthatók azok a számok amelyek utolsó számjegye 2, 3, 7.

1 jegyű szám → 3 darab,

2 jegyű szám → 12 darab,

3 jegyű szám → 48 darab,

4 jegyű szám → 192 darab,

5 jegyű szám → 768 darab.

Indoklás:

A *kéjegyű* számnál az egyesek helyén a három számjegy áll, a tízesek helyére négy számot írhatunk be.

A háromjegyű számnál az egyesek helyén három, a tízesek helyére 4 lehetőség van és a százások helyére is négy lehetőség van, akkor $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ darab háromjegyű szám van.

A többi számot hasonlóan kaphatjuk meg.

Összesen:

$$3 + 12 + 48 + 192 + 768 = 1023 \text{ darab}$$

a feladat feltételeinek megfelelő szám van.

A feladatra 10 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

2012 – 2013.

IV. forduló

MEGOLDÁSOK

2. A 3, 6, 12, 5, 10, ... számsorozat elemeit a második elemtől kezdve úgy kaptuk, hogy az előző elem egyes helyértéken álló számjegyének kétszeresét hozzáadtuk ahhoz a számhoz, amit ennek a számjegynek az elhagyásával kaptunk. Mi lesz a sorozat 2013. eleme?

MEGOLDÁS:

A képzési szabály alapján:

$$1. \text{ szám} = 3$$

$$2. \text{ szám} = 3 \cdot 2 + 0 = 6$$

$$3. \text{ szám} = 6 \cdot 2 + 0 = 12$$

$$4. \text{ szám} = 2 \cdot 2 + 1 = 5$$

$$5. \text{ szám} = 5 \cdot 2 + 0 = 10$$

$$6. \text{ szám} = 0 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$7. \text{ szám} = 1 \cdot 2 + 0 = 2$$

$$8. \text{ szám} = 2 \cdot 2 + 0 = 4$$

$$9. \text{ szám} = 4 \cdot 2 + 0 = 8$$

$$10. \text{ szám} = 8 \cdot 2 + 0 = 16$$

$$11. \text{ szám} = 6 \cdot 2 + 1 = 13$$

$$12. \text{ szám} = 3 \cdot 2 + 1 = 7$$

$$13. \text{ szám} = 7 \cdot 2 + 0 = 14$$

$$14. \text{ szám} = 4 \cdot 2 + 1 = 9$$

$$15. \text{ szám} = 9 \cdot 2 + 0 = 18$$

$$16. \text{ szám} = 8 \cdot 2 + 1 = 17$$

$$17. \text{ szám} = 7 \cdot 2 + 1 = 15$$

$$18. \text{ szám} = 5 \cdot 2 + 1 = 11$$

$$19. \text{ szám} = 1 \cdot 2 + 1 = 3$$

$$20. \text{ szám} = 3 \cdot 2 + 0 = 6$$

$$21. \text{ szám} = 6 \cdot 2 + 0 = 12$$

Látható, hogy a 19. számjegytől újra indul a számsorozat. Ez azt jelenti, hogy minden 18. számjegytől újra kezdődik a sorozat.

Akkor a 2013-at el kell osztani maradékosan 18-cal.

$$(2013 = 111 \cdot 18 + 15)$$

Ez azt jelenti, hogy az 1999. tag újra 3-as, ebből következik, hogy a

$$2013. \text{ tag} \rightarrow 18$$

A feladatra 8 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

2012 – 2013.

IV. forduló

MEGOLDÁSOK

3. Egy üvegtábla 22 cm széles és 24 cm hosszú téglalap. Ebből 1,6 cm széles és 8 cm hosszú téglalap alakú darabokat szeretnék kivágni. Hány darabot lehet az üvegtáblából kivágni? Készíts ábrát!

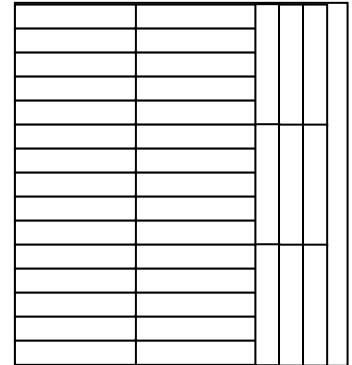
MEGOLDÁS:

Első lehetőség:

A 24 cm-es oldalra 15 darab 1,6 cm magas üvegcsík fér el. Egymás mellé elfér két 8 cm széles csík. (Eddig 30 darab.) A kis üveg csíkot elfordítva a maradék helyre még kilenc csík fér el.

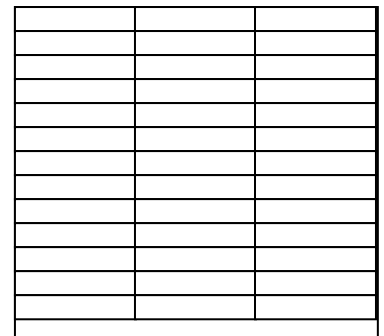
Ebben a felbontásban 39 darab üvegcsíkot tudunk kivágni.

Marad 1,2 cm x 24 cm-es üvegcsík



Második lehetőség:

Az ábrának megfelelően lefedve az üvegtáblát, ismét (3*13) **39 darab kis üvegcsík** helyezhető el. Most is ugyanakkora hulladékcsík marad mint az első lehetőségénél.



Az üvegtáblából 39 darab üvegcsík vágható ki.

A feladatra 8 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

2012 – 2013.

IV. forduló

MEGOLDÁSOK

4. Egy téglalap két szomszédos csúcsához tartozó szögfelezők a téglalap középvonalának egyik negyedelő pontjában metszik egymást. Mekkora a téglalap területe, ha a téglalap eme középvonalának hossza 10 egységnyi?

MEGOLDÁS:

A téglalap **AB** oldala mindegyik lehetőségénél 10 egység.

Az **ADE** háromszög a feladat feltételei miatt egy egyenlőszárú derékszögű háromszög.

Ebből következik, hogy az **FD = FE**-vel.

Így az **AD** oldal = **2FE** – vel.

1. lehetőség $\rightarrow FE = 2,5$ egység

$AD = 5$ egység.

Terület = $AB \times AD$

$T = 10 \times 5 \rightarrow T = 50$ területegység.

2. lehetőség $\rightarrow FE = 5$ egység

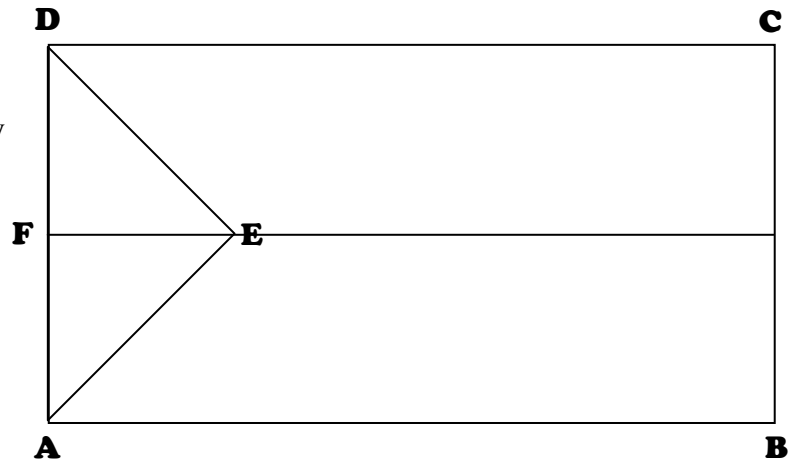
$AD = 10$ egység

$T = 10 \times 10 \rightarrow T = 100$ területegység.

3. lehetőség $\rightarrow FE = 7,5$ egység

$AD = 15$ egység

$T = 10 \times 15 \rightarrow T = 150$ területegység.



A feladatra 10 pont kapható.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

2012 – 2013.

IV. forduló

MEGOLDÁSOK

5. A következő szorzásban azonos betűk azonos számjegyeket, különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek. Mi lehet a szorzat értéke? $\overline{BIT} * \overline{BIT} = \overline{SOKBIT}$

MEGOLDÁS:

A keresett szám nagyobb egyenlő, mint 318 ($318^2 = 101\ 124$) és kisebb egyenlő, 999 ($999^2 = 998\ 001$).

A százások helyén 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9-es számjegy állhat.

Az egyesek helyén olyan számjegy állhat, amit önmagával megszorozva, a kapott számjegy végződése is ugyanaz a szám lehet.

Az egyesek helyén 0, 1, 5, 6-os számjegy állhat.

A 0 nem lehet az egyesek helyén, mert akkor a négyzetre emelés után az eredmény két nullára végződik.

Az egyesek helyén 6-os számjegy van.

Ha I = 0, T = 6, akkor négyzet végződése mindig 36 → *nincs megoldás.*

Ha I = 1, T = 6, akkor négyzet végződése mindig 56 → *nincs megoldás.*

Ha I = 2, T = 6, akkor négyzet végződése mindig 76 → *nincs megoldás.*

Ha I = 3, T = 6, akkor négyzet végződése mindig 96 → *nincs megoldás.*

Ha I = 4, T = 6, akkor négyzet végződése mindig 16 → *nincs megoldás.*

Ha I = 5, T = 6, akkor négyzet végződése mindig 36 → *nincs megoldás.*

Ha I = 7, T = 6, akkor négyzet végződése mindig 76

$$376^2 = 141\ 736, \quad 476^2 = 222\ 576, \quad 576^2 = 331\ 776, \quad 876^2 = 767\ 376$$

Egyik sem jó, mert számjegy ismétlés fordul elő.

Ha I = 8, T = 6, akkor négyzet végződése mindig 96 → *nincs megoldás.*

Ha I = 9, T = 6, akkor négyzet végződése mindig 16 → *nincs megoldás.*

Az egyesek helyén 5-ös számjegy van.

Ha egy számban az egyesek helyén **5-ös** áll, akkor négyzet végződése mindig 25 lesz.

→ Egyesek = 5, tízesek = 2 lesz.

Ha egy háromjegyű szám végződése 25, akkor ennek a számnak a végződése 625 lehet.

$$\text{Így } B = 6, I = 2, T = 5, \text{ akkor } 625 \times 625 = 390\ 625$$

A szorzat értéke: 390 625.

Az egyesek helyén 1-es számjegy van.

Ha I = 0, T = 1, akkor négyzet végződése mindig 01.

$$401^2 = 160\ 801, \quad 501^2 = 251\ 001, \quad 601^2 = 361\ 201, \quad 701^2 = 491\ 401, \quad 801^2 = 641\ 601, \\ 901^2 = 811\ 801. \rightarrow \text{nincs megoldás.}$$

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVEVERSENY

2012 - 2013.

IV. forduló

MEGOLDÁSOK

Ha $I = 2$, $T = 1$, akkor négyzet végződése mindig 41. \rightarrow nincs megoldás.

Ha $I = 3$, $T = 1$, akkor négyzet végződése mindig 61. \rightarrow nincs megoldás.

Ha $I = 4$, $T = 1$, akkor négyzet végződése mindig 81. \rightarrow nincs megoldás.

Ha $I = 5$, $T = 1$, akkor négyzet végződése mindig 01. \rightarrow nincs megoldás.

Ha $I = 6$, $T = 1$, akkor négyzet végződése mindig 21. \rightarrow nincs megoldás.

Ha $I = 7$, $T = 1$, akkor négyzet végződése mindig 41. \rightarrow nincs megoldás.

Ha $I = 8$, $T = 1$, akkor négyzet végződése mindig 61. \rightarrow nincs megoldás.

Ha $I = 9$, $T = 1$, akkor négyzet végződése mindig 81. \rightarrow nincs megoldás.

A szorzat értéke: 390 625.

A feladatra 14 pont kaphat.