BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2012 – 2013.

V. forduló

MEGOLDÁSOK

1. A $\boxed{2}\boxed{0}\boxed{1}\boxed{3}$ számkártyákból összeállítható
   a./ négyjegyű számokból hány osztható néggyel?
   b./ háromjegyű számokból hány osztható néggyel?

MEGOLDÁS:

Néggyel osztható egy szám, ha az utolsó két számjegy osztható néggyel.

Négyjegyű számok

Lehetséges végződések:

12 → egy darab (3012),

20 → kettő darab (1320, 3120)

32 → egy darab (2032).

Összesen 4 darab négyjegyű néggyel osztható szám állítható elő.

Háromjegyű számok

Lehetséges végződések:

12 → egy darab (312)

20 → kettő darab (120, 320)

32 → egy darab (132)

Összesen 4 darab háromjegyű néggyel osztható szám állítható elő.

A feladatra 9 pont kaphat.

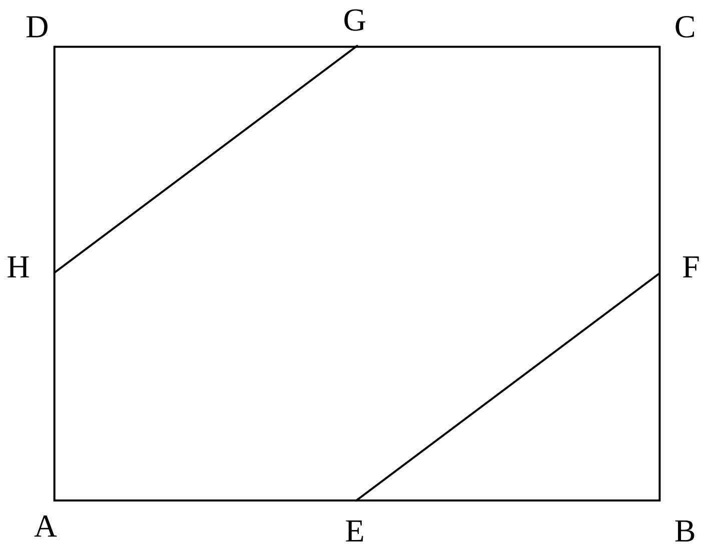
BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2012 - 2013.

V. forduló

MEGOLDÁSOK

2. Az **ABCD** téglalap oldalainak **E, F, G, H** pontok az oldalak felezőpontja. Hányad része az **ABCD** téglalap területének az **AEFCGH** hatszög?



MEGOLDÁS:

Téglalap: AB = DC = a és DA = CB = b

A **GAEFCH** hatszög területét úgy kaphatjuk meg, hogy a **ABCD** téglalap területéből le kell vonni a **GHD** derékszögű háromszög és a **EBF** derékszögű háromszög területét.

A **GHD** derékszögű háromszög és a **EBF** derékszögű háromszög ***egybevágó,*** mert egy szöge és a szöget közre fogó oldalak egyenlők. (GDH szög = EBF szög = 90°; EB = DH és DG = BF.)

A téglalap területe: $T_{téglalap} = ab$.

Egybevágó síkidomok területe egyenlő.

$$T_{EBF} = T_{GDH} = \frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{b}{2} = \frac{1}{8}a\cdot b = \frac{1}{8}T_{téglalap}.$$

A keresett hatszög területe:

$$T_{GAEFCH} = T_{téglalap} - \left(T_{GHD} + T_{EBF}\right) = a\cdot b - \frac{1}{4}a\cdot b = \frac{3}{4}a\cdot b = \frac{3}{4}T_{téglalap}$$

A hatszög területe a téglalap területének háromnegyede (0,75 része, 75%-a).

A feladatra 11 pont kaphat.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2012 - 2013.

V. forduló

MEGOLDÁSOK

3. Hány mm^2 lehet a felszíne egy 360 cm^3 térfogatú téglatestnek. A téglatest élei egész számok.

MEGOLDÁS:

A téglatest térfogat egyenlő az egy csúcsba futó élek szorzatával.

Fel kell bontani a 360-at három egész szám szorzatára!

A 360 törzstényezős felbontása: $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

A téglatest lehetséges élei:

a	**b**	**c**	**A (cm^2)**	**A (mm^2)**
2	2	90	728	72 800
2	4	45	656	65 600
2	6	30	504	50 400
2	9	20	476	47 600
2	12	15	468	46 800
2	18	10	472	47 200
2	36	5	524	52 400
4	6	15	248	24 800
4	9	10	332	33 200
4	18	5	364	36 400

.
.
.

8	9	5	314	31 400

A feladatra 10 pont kaphat.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

2012 – 2013.

V. forduló

MEGOLDÁSOK

4. 101 egymást követő páratlan egész szám összege 12 827. Mennyi a legnagyobb és a legkisebb szám különbsége?

MEGOLDÁS:

Mivel az összeg páratlan számú tagból áll ezért célszerű az összeget a következőképpen felírni.

$$(x - 100) + (x - 98) + \ldots + (x - 2) + x + (x + 2) + \ldots + (x + 98) + (x + 100) = 12\,827$$

A zárójeleket felbontva és a kijelölt műveleteket elvégezve:

$$101x = 12\,827$$

$$x = 127$$

A legkisebb szám: 27.

A legnagyobb szám: 227.

A legnagyobb és a legkisebb szám különbsége: 200.

A feladatra 8 pont kaphat.

BÖLCS BAGOLY LEVELEZŐS MATEMATIKAVERSENY

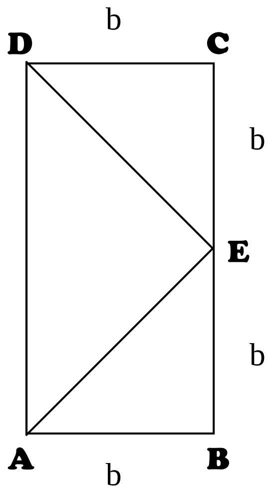
2012 - 2013.

V. forduló

MEGOLDÁSOK

5. Egy téglalap kerülete 30 cm. Két szomszédos szögének szögfelezői az egyik oldalon metszik egymást. Hány mm^2 a négyzet területe?

MEGOLDÁS:



A téglalap egy belső szöge: 90°.

Akkor az **ADE** szög = 45° és **DAE** szög = 45°.

(A háromszög belső szögeinek összege: 180°.)

Akkor a **DEA** szög = 90°.

A **DEA** háromszög egy egyenlő szárú derékszögű háromszög.

Akkor **DC** = **CE** – vel.

Az **ABE** háromszög egy egyenlő szárú derékszögű háromszög.

Akkor **AB**= **BE** – vel.

Mivel **AB** és **DC** az **ABCD** téglalap rövidebbik oldala, akkor **AB** = **DC**.

Akkor a téglalap hosszabbik oldala kétszerese a téglalap rövidebbik oldalának.

K = b + 2b + 2b + b

K = 6b → b = 5 cm

A téglalap oldalai 5 cm és 10 cm.

A téglalap területe: T = ab.

A téglalap területe: 50 cm^2.

A téglalap területe: 5 000 mm^2.

A feladatra 12 pont kaphat.